1. Es seien α und β zwei Winkel mit $0° < \alpha < 90°$ und $0° < \beta < \frac{\alpha}{2}$.

   Gegeben sei ein Halbkreis k mit dem Duchmesser AB und dem Mittelpunkt M. Der Punkt P liegt auf dem Halbkreis k, sodass $\sphericalangle PMA = \alpha$. Der Punkt R liegt auf MB, sodass $\sphericalangle MPR = \beta$, und der Punkt Q liegt auf k, sodass $\sphericalangle MQR = \beta$.

   Man bestimme den Winkel $\sphericalangle QMB$.

2. Von einem Dreieck ABC kennt man die beiden Winkel $\sphericalangle BAC = 30°$ und $\sphericalangle ABC = 45°$. Sei M der Mittelpunkt der Seite AC. Wie groß ist der Winkel $\sphericalangle BMC$?

3. Das Dreieck ABC hat die Innenwinkel $\sphericalangle BAC = 24°$ und $\sphericalangle ABC = 78°$.

   Der Punkt U_0 ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC. Der Punkt U_1 ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks BCU_0, der Punkt U_2 ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks BCU_2, ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks BCU_3, und so weiter.

   Wo liegt U_{2011}?

4. Gegeben sei ein Kreis k mit Mittelpunkt M, sowie ein von M verschiedener Punkt P. Wir betrachten alle Geraden g_i, die durch P gehen und k in zwei Punkten A_i und B_i schneiden. Man zeige, dass die Mittelpunkte aller dieser Kreissehnen A_iB_i auf einem Kreis liegen.

5. Über den Seiten AB und BC eines Dreiecks ABC werden nach außen rechtwinkelige gleichschenkelige Dreiecke ABS_1 und BCS_2 errichtet mit AB und BC als Hypotenusen. Es sei E der Mittelpunkt der Seite AC.

   - Man zeige: $\overline{ES_1} = \overline{ES_2}$.
   - Man zeige: ES_1 steht normal auf ES_2.

6. Sei $ABCD$ ein konvexes Viereck. Über den Seiten AB, BC, CD und DA errichten wir nach außen Quadrate mit den Mittelpunkten K, L, M und N. Man zeige, dass KM normal auf LN steht. (Tipp: Voriges Beispiel)

7. Gegeben sei ein Rechteck $ABCD$ mit $\overline{AB} = a\sqrt{2}$ und $\overline{BC} = a$. Es sei F der Mittelpunkt der Seite CD. Man zeige, dass die Strecken AC und BF aufeinander normal stehen.

8. ABC sei ein gleichseitiges Dreieck. E sei ein Punkt auf der Verlängerung von AC. Man wähle nun den Punkt D derart, dass das Dreieck CDE ebenfalls gleichseitig ist. Es sei M der Halbierungspunkt von AD und N der Halbierungspunkt von BE. Man zeige, dass das Dreieck CMN gleichseitig ist.

9. Gegeben sei das Dreieck ABC. Der Punkt E sei der Mittelpunkt der Seite BC, und der Punkt F liege auf AC, sodass $\overline{AC} = 3\overline{FC}$. Wie lautet das Flächenverhältnis zwischen dem Dreieck FEC und dem Viereck $ABEF$?

10. Im Einheitsquadrat $ABCD$ sind E und F die Mittelpunkte der Seiten BC bzw. CD. Die Strecken AE, BF, AC und BC begrenzen ein Viereck V. Man bestimme die Fläche von V.

11. Gegeben sind zwei parallele Geraden g und h sowie ein Punkt P, der außerhalb des von g und h gebildeten Streifens liegt. Durch P werden nun drei paarweise verschiedene Geraden g_1, g_2 und g_3 gezeichnet, die g in den Punkten A_1, A_2, A_3 und h in den Punkten B_1, B_2, B_3 schneiden.

    Die Punkte $C_{12} = (A_1B_2) \cap (A_2B_1)$, $C_{13} = (A_1B_3) \cap (A_3B_1)$, $C_{23} = (A_2B_3) \cap (A_3B_2)$ sind die Schnittpunkte der entsprechenden Geraden.

    Man zeige:

    a) Es gibt genau eine Gerade n, die die Punkte C_{12}, C_{13}, C_{23} enthält und
    b) n ist parallel zu g und h.

12. Wir betrachten ein rechtwinkeliges Dreieck ABC mit rechtem Winkel in C. Sei F der Fußpunkt der Höhe durch C (auf AB). Die Punkte D und E seien die Mittelpunkte der Strecken CF bzw. AF.

    Man zeige, dass $\sphericalangle CBD = \sphericalangle ACE$.

13. In welchem Verhältnis müssen die Basislänge $c = \overline{AB}$ und die Schenkellänge $a = \overline{AC} = \overline{BC}$ eines gleichschenkeligen Dreiecks ABC zueinander stehen, damit der Schwerpunkt des Dreiecks auf dem Inkreis liegt?

14. Auf den Seiten BC und CD eines Parallelogramms $ABCD$ liegen die Punkte E bzw. F, sodass

    $$\frac{\overline{BE}}{\overline{CE}} = q \qquad \text{und} \qquad \frac{\overline{CF}}{\overline{DF}} = r\ .$$

    Sei S der Schnittpunkt von AE und BF.

    Man bestimme das Verhältnis

    $$\frac{\overline{AS}}{\overline{ES}}$$

    in Abhängigkeit von q und r.

15. Zwei Kreise mit Radien r bzw. R berühren einander im Punkt P von außen. Die gemeinsame Tangente durch P schneidet die zwei äußeren gemeinsamen Tangenten an die zwei Kreise in den Punkten A und B. Man bestimme die Länge der Strecke AB in Abhängigkeit von r und R.