1. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$:
$$(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$$

2. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$:
$$(a+b+c)^2 \geq 3(ab+bc+ca)$$

3. Man zeige für alle $x, y \in \mathbb{R}^+$:
$$\frac{x^2}{y} + x + y \geq 3x$$

4. Man zeige für alle $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$:
$$n^2 + n^8 < n^{10}$$

5. Man zeige für alle $a, b \in \mathbb{R}$:
$$2(a^4 + b^4 + a^2b^2) \geq 3ab(a^2 + b^2)$$

6. Man zeige für alle $a \in \mathbb{R}$:
$$1 + 2a^4 \geq a^2 + 2a^3$$

7. Man zeige für alle $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$:
$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k^2} > \frac{3n}{2n+1}$$

8. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$:
$$a + b + c \leq \frac{a^2+b^2}{2c} + \frac{b^2+c^2}{2a} + \frac{c^2+a^2}{2b}$$

9. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$:
$$(a^2+b^2+c^2)(a^3+b^3+c^3) \leq 3(a^5+b^5+c^5)$$

10. Man zeige für alle $a, b \in \mathbb{R}^+$:
$$\frac{a^3+b^6}{2} \geq 3ab^2 - 4$$

11. Man zeige für alle $x \in \mathbb{R}^+$:
$$x + \frac{4}{x^2} \geq 3$$

12. Man zeige für alle $x, a, b, c \in \mathbb{R}$ mit $a^2 + c^2 \leq 4b$:
$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 \geq 0$$

13. Man zeige für alle $n \in \mathbb{N}, n > 1$:
$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$$

14. Man zeige für alle $n \in \mathbb{N}$:
$$n! \leq \left(\frac{n+1}{2}\right)^n$$

15. Man zeige für alle $x, y \in \mathbb{R}^+$ mit $x^2 + y^2 = 1$:
$$x^3 + y^3 \geq \sqrt{2}xy$$

16. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$:
$$abc \geq (b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)$$

17. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$:
$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \leq \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2}$$
Wann gilt Gleichheit?

18. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$:
$$\frac{a}{a+2b+c} + \frac{b}{b+2c+a} + \frac{c}{c+2a+b} \geq \frac{3}{4}$$

19. Man zeige für alle $x, y \in \mathbb{R}^+$:
$$\sqrt{xy} \leq \left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2}\right)^2 \leq \frac{x+y}{2}$$
Wann gilt Gleichheit?

20. Man zeige für alle $0 \leq a, b, c \leq 1$:
$$\frac{a}{b+c+1} + \frac{b}{a+c+1} + \frac{c}{a+b+1} \leq 1 - (1-a)(1-b)(1-c)$$

21. Man zeige für alle $a, b \in \mathbb{R}$:
$$2(a^2 + b^2) > (a+b)^2$$

22. Man zeige für alle $a, b \in \mathbb{R}$:
$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 + \left(\frac{b}{a}\right)^4 \geq \left(\frac{a}{b}\right) + \left(\frac{b}{a}\right)$$

23. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ mit $a + b + c = 1$:
$$a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$$

24. Man zeige für alle $x, y \in \mathbb{R}^+$:
$$3 \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$$

25. Man zeige für alle $a, b \in \mathbb{R}^+$:
$$2\sqrt{3} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \geq 3a + b$$

26. Man zeige für alle $x, y \in \mathbb{R}^+$:
$$x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \sqrt[3]{\frac{x}{y}} + \sqrt[3]{\frac{y}{x}} - \frac{2}{27}$$

27. Man zeige für alle $x, y \in \mathbb{R}$:
$$2\sqrt[3]{2} \leq \sqrt[3]{1 + \frac{x^3}{y^3}} + \sqrt[3]{1 + \frac{y^3}{x^3}}$$

28. Man zeige für alle $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}^+, x + y \geq 0$:
$$\frac{y}{x+y} + \frac{x}{y} \geq 1$$

29. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$:
$$ab + bc + ca \geq \sqrt{3abc(a+b+c)}$$

30. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$:
$$\frac{a^2}{2} + \frac{b^3}{3} + \frac{c^6}{6} \geq abc$$
Wann gilt Gleichheit?

31. Man zeige für alle $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$:
$$\sqrt[3]{\frac{abc + abd + acd + bcd}{4}} \geq \sqrt[4]{abcd}$$

32. Man widerlege oder zeige für alle $x, y > 1, x, y \in \mathbb{R}$:
$$\frac{x}{y-1} + \frac{y}{x-1} \geq 2$$

33. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$ mit $a + b + c = 1$:
$$1 + a^2 + b^2 + c^2 \geq 4(ab + bc + ca)$$

34. Man bestimme die kleinste natürliche Zahl n, sodass für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ gilt:
$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq n(x^4 + y^4 + z^4)$$

35. Man zeige für alle $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$:
$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq (a + b + c)d$$

36. Man zeige für alle $a \in \mathbb{R}$:
$$4a - a^4 \leq 3$$

37. Es seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Man zeige, dass von den Zahlen $a - b^2, b - c^2, c - d^2, d - a^2$ nicht alle größer als $\frac{1}{4}$ sein können.

38. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$:
$$\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \geq a + b + c$$

39. Man zeige für alle $x, y \in \mathbb{R}$:

$$x^2 + y^2 + 1 > x\sqrt{y^2+1} + y\sqrt{x^2+1}$$

40. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ mit $a + b + c = 1$:

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(c + \frac{1}{c}\right)^2 \geq \frac{100}{3}$$

41. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$:

$$\frac{a^2+b^2}{a+b} + \frac{b^2+c^2}{b+c} + \frac{c^2+a^2}{c+a} \geq a + b + c$$

42. Man zeige für alle $x, y, z \in \mathbb{R}^+$:

$$\frac{x^2}{(x+y)(x+z)} + \frac{y^2}{(y+x)(y+z)} + \frac{z^2}{(z+x)(z+y)} \geq \frac{3}{4}$$

43. Man zeige für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$:

$$\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6}\right)^2 \leq \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{6}$$

44. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ mit $abc = 1$:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq a + b + c$$

45. Man zeige für alle $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{c} + \frac{16}{d} \geq \frac{64}{a+b+c+d}$$

46. Man zeige für alle $x, y, z \in \mathbb{R}^+, x, y, z > 1$ mit $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2$:

$$\sqrt{x+y+z} \geq \sqrt{x-1} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-1}$$

47. Man zeige für alle $x, y, z \in \mathbb{R}^+$:

$$xyz \leq \frac{1}{9}(x+y+z)(x^2+y^2+z^2)$$

48. Man zeige für alle $x, y, z \in \mathbb{R}^+$:

$$\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + y^2 + \frac{1}{y^2} + z^2 + \frac{1}{z^2} + 6} \leq \sqrt{x^2+y^2+z^2} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}}$$

49. Man zeige für alle $x, y \in \mathbb{R}$:

$$2x^3y + 3y^4 + 2x^4 \geq 3x^2y^2 + 2xy^3$$

50. Man zeige für alle $x \in \mathbb{R}^+$:
$$\frac{x+\sqrt{x}}{x+1} \le \sqrt{\frac{2x}{x+1}}$$
Wann gilt Gleichheit?

51. Man zeige für alle $0 < x, y, z < 1$:
$$(1 - z(1-y) - x(1-z) - y(1-x)) \cdot \left(\frac{1}{z(1-y)} + \frac{1}{x(1-z)} + \frac{1}{y(1-x)} \right) \ge 3$$
Wann gilt Gleichheit?

52. Es seien x_i, y_i $(i = 1, \dots, n)$ reelle Zahlen, und es gelte:
$$x_1 \ge x_2 \ge \cdots \ge x_n$$
und
$$y_1 \ge y_2 \ge \cdots \ge y_n$$
Es sei $z_1, z_2, \dots, z_n$ irgendeine Anordnung der Zahlen $y_1, y_2, \dots, y_n$. Man beweise:
$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2 \le \sum_{i=1}^{n} (x_i - z_i)^2$$

53. Man zeige für alle $a, b, c, x, y, z \in \mathbb{R}^+$:
$$\frac{a^3}{x} + \frac{b^3}{y} + \frac{c^3}{z} \ge \frac{(a+b+c)^3}{3(x+y+z)}$$

54. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$:
$$\frac{a}{\sqrt{a^2+8bc}} + \frac{b}{\sqrt{b^2+8ac}} + \frac{c}{\sqrt{c^2+8ab}} \ge 1$$