A1. Man zeige für alle $N \in \mathbb{Z}^+$:

$$\sum_{n=1}^{N} \left(n^2 \cdot n!\right) \geq \frac{2N^2+3N+1}{6} \cdot \left(\sum_{n=1}^{N} n!\right)$$

A2. Man bestimme alle $a \in \mathbb{R}^+$, für die gilt:

$$\frac{a}{1} + \frac{a^2}{2} + \cdots + \frac{a^{n-1}}{n-1} + \frac{a^n}{n} \geq \frac{a}{2} + \frac{a^2}{3} + \cdots + \frac{a^{n-1}}{n} + \frac{a^n}{1}$$

Für welche a gilt Gleichheit, und für welche gilt die Ungleichung mit umgekehrtem Ungleichheitszeichen?

A3. Man zeige für alle $k, a, b \in \mathbb{R}, a \geq b \geq 0$:

$$\sqrt{a^2+k^2} - \sqrt{b^2+k^2} \leq a - b$$

A4. Man zeige für alle $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$:

$$\frac{a+b+c+d}{abcd} \leq \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} + \frac{1}{d^3}$$

A5. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+, abc = 1$:

$$\frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(c+a)} + \frac{1}{c^3(a+b)} \geq \frac{3}{2}$$

A6. Man zeige für alle $n \in \mathbb{Z}^+_{>1}$:

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot 2n} \leq \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$$

A7. Sei $n \geq 2$. Man finde die kleinstmögliche Konstante C sodass für alle nicht-negativen reellen Zahlen $x_1, \ldots, x_n$ gilt:

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} x_i x_j (x_i^2 + x_j^2) \leq C \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^4$$

A8. Für eine natürliche Zahl n und Zahlen $a_1, \cdots a_n, b_1, \cdots, b_n \in [1,2]$ mit $a_1^2 + \cdots + a_n^2 = b_1^2 + \cdots + b_n^2$ zeige man:

$$\frac{a_1^3}{b_1} + \cdots + \frac{a_n^3}{b_n} \leq \frac{17}{10}\left(a_1^2 + \cdots + a_n^2\right)$$

A9. Man zeige für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$:

$$\frac{1}{a(1+b)} + \frac{1}{b(1+c)} + \frac{1}{c(1+a)} \geq \frac{3}{1+abc}$$

Wann gilt Gleichheit?

A10. Man zeige für alle $k, a, b \in \mathbb{R}, a \geq b \geq 0, n \in \mathbb{Z}^+$:

$$\sqrt[n]{a^n+k^2} - \sqrt[n]{b^n+k^2} \leq a - b$$