

1. Man zeige für alle  $a, b, c \in \mathbb{R}$ :

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$$

2. Man zeige für alle  $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ :

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 4$$

3. Man zeige für alle  $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ :

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{d} + \frac{d^2}{a} \geq a + b + c + d$$

4. Man zeige für alle  $a \in \mathbb{R}$ :

$$1 + 2a^4 \geq a^2 + 2a^3$$

5. Man zeige für alle  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ :

$$a + b + c \leq \frac{a^2 + b^2}{2c} + \frac{b^2 + c^2}{2a} + \frac{c^2 + a^2}{2b}$$

6. Man zeige für alle  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ :

$$(a^2 + b^2 + c^2)(a^3 + b^3 + c^3) \leq 3(a^5 + b^5 + c^5)$$

7. Man zeige für alle  $x, y \in \mathbb{R}^+$ :

$$3 \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$$

8. Man zeige für alle  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ :

$$(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$$

9. Man zeige für alle  $a, b, c \in \mathbb{R}$ :

$$(a + b + c)^2 \geq 3(ab + bc + ca)$$

10. Man zeige für alle  $x, y \in \mathbb{R}^+$ :

$$\frac{x^2}{y} + x + y \geq 3x$$

11. Man zeige für alle  $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ :

$$n^2 + n^8 < n^{10}$$

12. Man zeige für alle  $a, b \in \mathbb{R}^+$ :

$$\frac{a^3 + b^6}{2} \geq 3ab^2 - 4$$

13. Man zeige für alle  $x \in \mathbb{R}^+$ :

$$x + \frac{4}{x^2} \geq 3$$

14. Man zeige für alle  $n \in \mathbb{N}, n > 1$ :

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$$

15. Man zeige für alle  $n \in \mathbb{N}$ :

$$n! \leq \left(\frac{n+1}{2}\right)^n$$